

Correction du contrôle n°8B : Théorème de Thalès

Exercice 1 (1,5 points)

Sachant que les droites (AB) et (CD) sont parallèles, énoncer le théorème de Thalès dans cette configuration:

On sait que dans le triangle SCD,

$A \in [SC]$

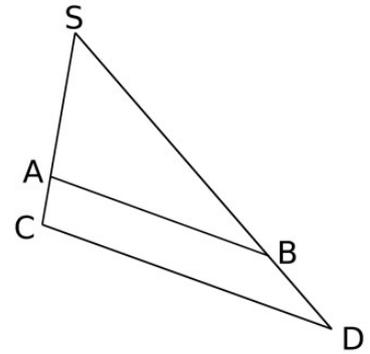
$B \in [SD]$

et (AB) et (DC) sont parallèles

Or d'après le théorème de Thalès

On a :

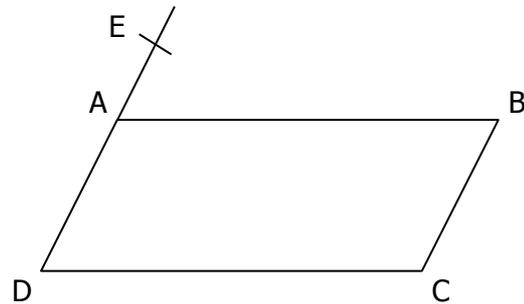
$$\frac{SA}{SC} = \frac{SB}{SD} = \frac{AB}{CD}$$



Exercice 2 (4 points)

ABCD est un parallélogramme :

- $AB = 8 \text{ cm}$ $AD = 4,5 \text{ cm}$;
- E est le point de la droite (AD) tel que $AE = 1,5 \text{ cm}$
- E n'est pas sur le segment [AD] ;
- La droite (EC) coupe le segment [AB] en M.



1) Justifier que (AM) et (DC) sont parallèles.

(1,5 pt)

On sait que ABCD est un parallélogramme

or dans un parallélogramme les côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

Donc (AB) et (DC) sont parallèles et $AB = DC$ et $AD = BC$

Or $M \in [AB]$ donc (AM) et (DC) sont parallèles.

2) Calculer AM.

(2,5 pts)

On sait que dans le triangle EDC,

$A \in [ED]$

$M \in [EC]$

(AM) parallèle à (DC)

donc d'après le théorème de Thalès

On a :

$$\frac{EA}{ED} = \frac{EM}{EC} = \frac{AM}{CD}$$

$$A \in [ED] \text{ donc } ED = EA + AD = 6$$

$$\text{Donc } \frac{1,5}{6} = \frac{EM}{EC} = \frac{AM}{8}$$

$$AM = \frac{1,5 \times 8}{6}$$

$$AM = 2 \text{ cm}$$

Exercice 3 (3,5 points)

1) Calculer et donner le résultat sous forme de fraction simplifiée au maximum

$$A = \frac{1}{3} \div \frac{1}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{2}{9} \quad (1,5 \text{ pt})$$

$$A = \frac{1}{3} \times \frac{5}{1} - \frac{4}{45}$$

$$A = \frac{5}{3} - \frac{4}{45}$$

$$A = \frac{75}{15} - \frac{4}{45}$$

$$A = \frac{71}{45}$$

2) Calculer et donner l'écriture scientifique et décimale de B :

$$B = \frac{3 \times 10^4 \times 5 \times 10^{-2}}{12 \times (10^2)^3} \quad (2 \text{ pts})$$

$$B = \frac{3 \times 5}{12} \times \frac{10^4 \times 10^{-2}}{(10^2)^3}$$

$$B = \frac{5}{4} \times \frac{10^2}{10^6}$$

$$B = 1,25 \times 10^{-4}$$

Exercice 4 (7,5 points)

1. Réaliser la figure suivante (on laissera les traits de construction) (1,5 pt)

2. Calculer CB. (1,5 pt)

On sait que ACB est un triangle rectangle en C or d'après le théorème de Pythagore

$$\text{on a } AB^2 = AC^2 + CB^2$$

$$6,5^2 = 6,3^2 + CB^2$$

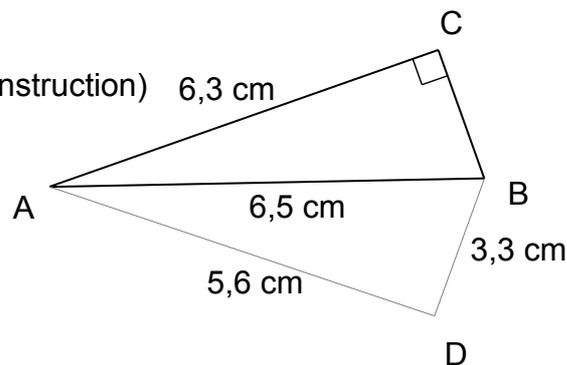
$$CB^2 = 42,25 - 39,69$$

$$CB^2 = 2,56$$

CB est une longueur donc $CB > 0$

$$CB = \sqrt{2,56}$$

$$CB = 1,6 \text{ cm}$$



3. Montrer que le triangle ABD est un triangle rectangle et préciser en quel point. (1,5 pt)

On sait que dans le triangle ABD, [AB] est la plus grande longueur

$$AB^2 = 6,5^2 = 42,25$$

$$AC^2 + CB^2 = 5,6^2 + 3,3^2 = 42,25$$

$$\text{On a donc } AB^2 = AC^2 + CB^2$$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore

le triangle ABD est rectangle en C

4. O est le milieu de [AB]. Calculer OC. (1,5 pts)

On sait que dans le triangle ABC rectangle en C (OC) est la médiane relative à l'hypoténuse

Or si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse

$$\text{Donc } OC = AB/2 = 3,25$$

5. La parallèle à [BD] passant par O coupe (AD) en I. Calculer la longueur AI. (1,5 pt)

On sait que dans le triangle ABD, O est le milieu de [AB] et (OI) est parallèle à (BD)

Or dans un triangle si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté alors elle passe par le milieu du troisième côté

$$\text{Donc I est le milieu de [AD] et } IA = \frac{1}{2} AD = 2,8 \text{ cm}$$

Exercice 5 (3,5 points)

On a représenté ci dessous un triangle GEF qui est une réduction du triangle ABC.

1) Déterminer le rapport de réduction sous forme fractionnaire. (1 pt)

Notons k le rapport de réduction $k = \frac{GF}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

2) Calculer la longueur GE.

Comme GEF est une réduction de ABC alors les longueurs sont multipliées par k

Donc $k = \frac{EG}{AB}$ (1 pt)

$$\frac{2}{3} = \frac{EG}{7,2}$$

$$EG = 4,8 \text{ cm}$$

3) Calculer la mesure de l'angle \widehat{EGF} (1,5 pts)

On sait que GEF est une réduction de ABC

or dans un agrandissement ou une réduction les mesures d'angles sont conservées

Donc $\widehat{EGF} = \widehat{BAC} = 40^\circ$

