Devoir de maths n°1 : 2013 / 2014 3N1 3N8

A rendre pour lundi 23 septembre

<u>exercice n°1 :</u> 8 pts

1) Calculer les nombres suivants. Ecrire les étapes et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.

$A = \frac{2}{7} - \frac{15}{7} \times \frac{4}{5}$ $\qquad B = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} : \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)$ $\qquad C = \frac{\frac{4}{3} - 1}{\frac{7}{6} - 2}$ $\qquad D = \frac{2^6 \times 7^6 \times 5^3}{14^6 \times 9^2}$

2) Calculer et donner l'écriture scientifique et décimale de E : $\qquad E = \frac{4 \times 10^{-2} \times 9 \times (10^{-2})^{-3}}{6 \times 10^7 \times 12 \times 10^2}$

<u>exercice n°2 :</u> 4,5 pts

Babalou vend son appartement 77 000 euros. Il utilise cette somme de la façon suivante :

- il donne les $\frac{3}{7}$ de cette somme à sa fille;
- il s'achète une voiture;
- il place le reste à 4,5% d'intérêt par an.

Au bout d'un an, il perçoit 1 125 euros d'intérêts.

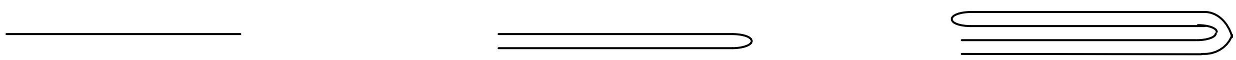
1) Combien d'argent a-t-il donné à sa fille ?

2) Quelle somme a-t-il placée ?

3) Quel était le prix de la voiture ?

<u>exercice n°3 :</u> 4,5 pts

Julien possède une très grande feuille de papier. Cette feuille mesure environ 0,1 mm d'épaisseur.
Il la plie en deux, puis de nouveau en deux et ainsi de suite pour faire une pile.

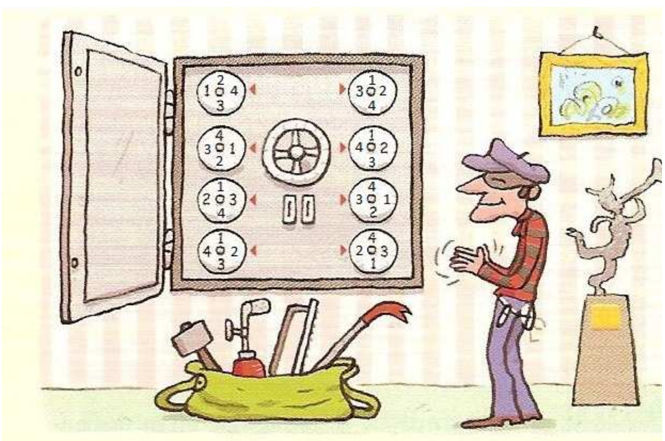


au départ — après un pliage — après deux pliages

1) a) Ecrire, à l'aide d'une puissance de 2, le nombre d'épaisseurs de papier au départ, après un premier pliage, après un deuxième pliage, et après 5 pliages.
b) Combien y a-t-il d'épaisseurs après n pliages, n étant un entier naturel non nul ?
Quelle est alors l'épaisseur obtenue ?
2) a) Jean mesure 1,5 m.
18 pliages sont-ils suffisants pour avoir une pile plus grande que lui ?
b) La tour Eiffel mesure 324 m.
Combien, Jean, doit-il réaliser, au minimum, de pliages pour obtenir une pile plus grande que la tour Eiffel ?

<u>exercice n°4 :</u> 3 pts

Fabien, un apprenti voleur, s'est introduit dans un appartement très luxueux. Il y trouve un coffre-fort d'un ancien modèle : il n'y a que 4 chiffres sur chacun des 8 boutons.



a) Combien de combinaisons différentes peuvent être affichées sur ce coffre ?
b) Fabien met 10 secondes pour afficher une combinaison.
Combien de temps lui faut-il pour les essayer toutes ?
Le pourra-t-il en une nuit de huit heures?

Correction du devoir n°1 :

exercice n°1 : **8 pts**

$A=\frac{2}{7}-\frac{15}{7}\times\frac{4}{5}$

$A=\frac{2}{7}-\frac{15\times4}{7\times5}$

$A=\frac{2}{7}-\frac{5\times3\times4}{7\times5}$

$A=\frac{2}{7}-\frac{12}{7}$

$A=\frac{2-12}{35}$

$\boxed{A=-\frac{10}{7}}$

1,5 pt

$B=\frac{3}{4}+\frac{5}{4}:\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)$

$B=\frac{3}{4}+\frac{5}{4}:\left(\frac{4\times2}{3\times2}-\frac{1\times3}{2\times3}\right)$

$B=\frac{3}{4}+\frac{5}{4}:\left(\frac{8}{6}-\frac{3}{6}\right)$

$B=\frac{3}{4}+\frac{5}{4}:\frac{5}{6}$

$B=\frac{3}{4}+\frac{\cancel{5}}{4}\times\frac{6}{\cancel{5}}$

$B=\frac{3}{4}+\frac{6}{4}$

$\boxed{B=\frac{9}{4}}$

1,5 pt

$C=\frac{\frac{4}{3}-1}{\frac{7}{6}-2}$

$C=\frac{\frac{4}{3}-\frac{3}{3}}{\frac{7}{6}-\frac{12}{6}}$

$C=\frac{\frac{1}{3}}{-\frac{5}{6}}$

$C=\frac{1}{3}\times\frac{6}{-5}$

$C=-\frac{1\times6}{3\times5}$

$C=-\frac{1\times\cancel{3}\times2}{\cancel{3}\times5}$

$\boxed{C=-\frac{2}{5}}$

1,5 pt

$D=\frac{2^6\times7^6\times5^3}{14^6\times9^2}$

$D=\frac{2^6\times7^6}{14^6}\times\frac{5^3}{9^2}$

$D=\frac{(2\times7)^6}{14^6}\times\frac{125}{81}$

$D=\frac{14^6}{14^6}\times\frac{125}{81}$

$D=1\times\frac{125}{81}$

$D=\frac{125}{81}$

$\boxed{D=\frac{125}{81}}$

1,5 pt

$E=\frac{4\times10^{-2}\times9\times(10^{-2})^{-3}}{6\times10^7\times12\times10^2}$

$E=\frac{4\times9}{6\times12}\times\frac{10^{-2}\times10^6}{10^7\times10^2}$

$E=\frac{4\times3\times3}{3\times2\times4\times3}\times\frac{10^4}{10^9}$

$E=\frac{1}{2}\times10^{4-9}$

$E=0,5\times10^{-5}$

$E=5\times10^{-1}\times10^{-5}$

$\boxed{E=5\times10^{-6}}$ écriture scientifique

$\boxed{E=0,000\,005}$ écriture décimale

2 pts

exercice n°2 : **4,5 pts**

1) Somme donnée à la fille : (3/7) × 77 000 = 33 000
Babalou donne 33 000 euros à sa fille. **1,5 pt**

2) ***Choix de l'inconnue :***
Soit x somme placée par Babalou.

Mise en équation : $\frac{4,5}{100}x=1125$

Résolution : $x=\frac{1125}{\frac{4,5}{100}}$ $x=1125\times\frac{100}{4,5}$ $x=25\,000$

Conclusion : *Babalou a placé 25 000 euros.* **1,5 pt**

3) Prix de la voiture :
77 000 - (33 000 + 25 000) = 77 000 - 58 000 = 19 000
La voiture coûtait 19 000 euros. **1,5 pt**

exercice n°3 : **4,5 pts**

1) a) Nombre d'épaisseur au départ : $1 = 2^0$

Nombre d'épaisseurs après un pliage : $2 = 2^1$

Nombre d'épaisseurs après deux pliages : $4 = 2^2$

Nombre d'épaisseurs après trois pliages : $8 = 2^3$

Nombre d'épaisseurs après 4 pliages : $8 = 2^4$

Nombre d'épaisseurs après 5 pliages : 2^5 **1 pt**

b) Nombre d'épaisseurs après n pliages : 2^n

Epaisseur obtenue après n pliages : $2^n \times 0{,}1$ mm **1 pt**

2) a) 1,50 m = 15 000 mm

n = 18

Epaisseur obtenue après 18 pliages : $2^{18} \times 0{,}1$ mm = 26 214,4 mm

26 214,4 > 15 000 donc 18 pliages sont suffisants pour avoir une pile plus grande que Jean. **1,25 pt**

b) 324 m = 324 000 mm

On cherche n tel que $2^n \times 0{,}1 > 324\,000$

Après plusieurs essais avec la calculatrice :

$2^{21} \times 0{,}1 = 209\,715{,}2$

$2^{22} \times 0{,}1 = 419\,430{,}4$

419 430,4 > 324 000 donc après 22 pliages, la pile est plus grande que la tour Eiffel. **1,25 pt**

exercice n°4 : **3 pts**

a) Si le coffre avait un seul bouton il y aurait 4 possibilités, soit 4^1.

Si le coffre avait 2 boutons il y aurait 4×4 combinaisons, soit 4^2.

Si le coffre avait 3 boutons il y aurait $4 \times 4 \times 4$ combinaisons, soit 4^3.

Avec 8 boutons, il y a 4^8 combinaisons, soit 65 536 combinaisons. **2 pts**

b) Il lui faudrait 65 536 × 10 = 655 360 s, soit environ 182 h.

8 h < 182 h donc il ne pourra pas essayer touts les combinaisons en une nuit. **1 pt**

1^{er} bouton 2^e bouton 3^e bouton 4^e bouton 5^e bouton 6^e bouton 7^e bouton 8^e bouton